TopMath-Talk
Donnerstag, 11. Februar 2010, 16 Uhr
MI-Gebäude Garching, Raum 03.04.011

Invariante Mannigfaltigkeiten und der Conley-Index

Christian Reinhardt

Eine grundlegende Fragestellung bei der Untersuchung diskreter als auch kontinuierlicher dynamischer Systeme ist die Untersuchung von Gleichgewichtszuständen. Entscheidend hierbei ist die Struktur der zu diesen Gleichgewichtspunkten gehörigen invarianten Mannigfaltigkeiten. Konkret interessiert man sich beispielsweise für Schnittpunkte stabiler und instabiler Mannigfaltigkeiten hyperbolischer Fixpunkte. Dieses Problem ist nun mathematisch interessant, da man für die fraglichen Mannigfaltigkeiten i.A. über keine konkreten Parametrisierungen verfügt.

Ziel dieses Vortrags ist es eine interessante Nachweismethode für obig spezifizierte Schnittpunkte im Falle diskreter dynamischer Systeme vorzustellen. Diese beruht zum einen auf einer geeigneten Erweiterung des dynamischen Systems und zum anderen auf dem Conley-Index.

Nach einer kurzen Einführung in die notwendigen Begrifflichkeiten diskreter dynamischer Systeme werden wir die Erweiterung des dynamischen Systems auf das projektifizierte Tangentialbündel besprechen. Anschliessend beleuchten wir den grundlegenden Satz, der es ermöglicht den Conley-Index auf dieses Problem anwenden zu können. Als illustratives Beispiel wird uns durchgängig die Cohen-Colline de Verdière Abbildung dienen, die durch die Abbildungsvorschrift

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \sqrt{x^2+1} - y \\ y \end{pmatrix} \end{cases}$$

gegeben ist.