

l_1 -OPTIMIERUNG

Die l_1 -Optimierung (sparse optimization) betrachtet Probleme der Form:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \|x\|_1 + \mu \cdot f(x) \quad (1)$$

wobei $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar, konvex und $\mu > 0$ ist.

Die Herausforderung der Problemstellung liegt dabei in der Nichtdifferenzierbarkeit der Zielfunktion, wodurch standardisierte Lösungsverfahren, wie z.B. das Newton-Verfahren, nicht anwendbar sind.

Ausgehend von einer kurzen, motivierenden Einführung in das „compressive sensing“ - Verfahren wollen wir verschiedene Optimalitätsbedingungen herleiten, aus denen sich eine Fixpunktiteration, also ein konkreter Algorithmus, zur Lösung von (1) ergeben wird.

Wir werden dann die Eigenschaften dieser Fixpunktiteration dazu verwenden, einen globalen Konvergenzsatz aufzustellen und ihn zu beweisen (so viel sei verraten: wir werden und können hier nicht mit dem Banachschen Fixpunktsatz argumentieren).

Abschließend werden wir die Datenrekonstruktion als eine spezielle Anwendung der l_1 -Optimierung kennenlernen, wobei insbesondere verschiedene Beispiele zur Signal- und Bilderrekonstruktion vorgestellt werden.

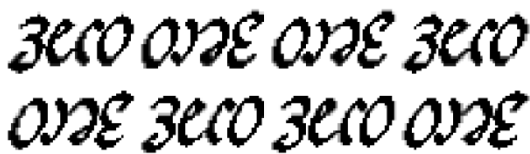


Abbildung 1: Originalbild



Abbildung 2: Gestörtes Bild (~45% Störung)

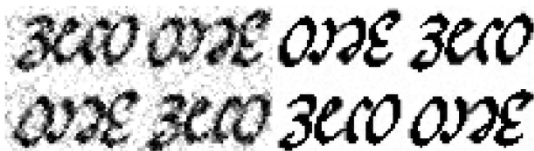


Abbildung 3: Rekonstruiertes Bild (per l_1 -Optimierung)